

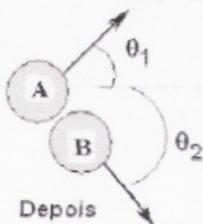
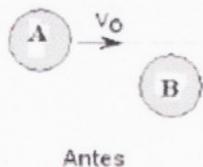
Nome _____

1) Paulo e José estão em pé sobre um engradado em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito de uma pista de patinação de gelo. A massa do Paulo é igual a 75,0kg. José possui massa de 45,0,kg e o engradado possui massa de 15,0kg. Eles se lembram de que deveriam pegar um balde de água e pulam horizontalmente para fora do engradado. Em cada pulo, cada pessoa se afasta do engradado com velocidade de 4,00m/s em relação ao engradado.

- (0.5 p) O momento linear e energia do sistema dos rapazes e engradado se conservam? Explicar.
- (1.0 p) Qual é a velocidade do centro de massa do sistema?
- (1.0 p) Qual é a velocidade final do engradado se Paulo pula primeiro e a seguir, alguns segundos depois, José pula na mesma direção e no mesmo sentido?

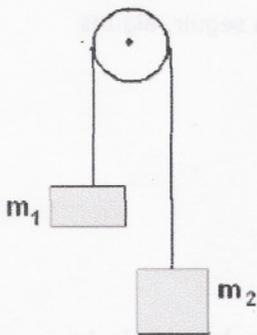
2) Um disco de hóquei B está em repouso sobre uma superfície lisa de gelo quando é atingido por outro de hóquei A que estava inicialmente se movendo a 40,0 m/s e que passa a se mover sofrendo um desvio de $\theta_1 = 30^\circ$ da sua direção original, (ver Figura). O disco de hóquei B passa a se mover com velocidade formando um ângulo de θ_2 com a direção original de A. As massas dos discos são iguais.

- (1.0 p) Se a colisão for elástica. Qual o ângulo θ_2 ? (justifique)
- (1,5 p) Calcule o módulo da velocidade de cada discos de hóquei depois da colisão .



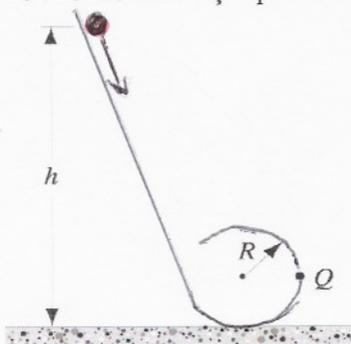
3) Na Figura., um fio sem massa e inextensível passa sem escorregar ao redor da polia. Numa extremidade do fio é pendurado um bloco de massa $m_2 = 500$ g, na outra, um bloco de massa $m_1 = 400$ g, e a polia, que é montada em um eixo horizontal sem atrito, tem um raio de 5,00 cm. Quando o sistema é abandonado a partir do repouso, o bloco de massa maior cai 75,0 cm e adquire uma velocidade linear de 30,0 cm/s.

- (1.0 p) Utilizando a conservação de energia mecânica determine a inércia rotacional da polia.
- 1.0 p) Determine o módulo e sentido da aceleração angular da polia.
- (0.5 p) Qual é o vetor torque resultante em torno do eixo de rotação? Faça dois cálculos, um utilizando a equação $r \times F$ e outro $I \alpha$.



4) Uma bolinha compacta de massa m e raio r rola sem deslizar ao longo do trilho em curva mostrado na figura abaixo, tendo sido abandonado em repouso em algum ponto da região reta do trilho.

- (1.5 p) De que altura mínima, a partir da base do trilho, a bolinha deve ser solta para que percorra a parte superior da curva? (suponha que $R \gg r$).
- (1.5 p) Se a bolinha for solta da altura $6R$ acima da base do trilho, qual a componente horizontal da força que atua sobre ela no ponto Q?



P2: 18h: 26/10/2011

1

(a) O momento linear do sistema se conserva, pois não há forças externas na direção do movimento.

A energia do sistema não se conserva, pois a força que os rapazes exercem em cada pulo são forças não conservativas. Outra forma de se olhar este fenômeno é reverter o sentido do tempo, ou seja, os rapazes pulam sobre o engradado e lá permanecem. Este é uma colisão totalmente inelástica e a energia não se conserva.

(b) Como, no instante $t=0$, o sistema está em repouso, logo a velocidade centro de massa é nula.

(c) Paulo pula:

$$\vec{v}_p = v_e - v_r \Rightarrow v_p = v_e - v_r$$

$$(m_p + m_e) v_e + m_p v_p = 0$$

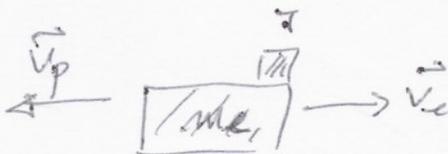
$$v_e = \frac{m_p v_r}{m_p + m_e} = \frac{75 \times 4}{135} = 2,22 \text{ m/s}$$

José pula:

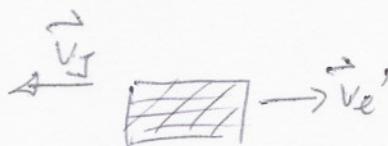
$$(m_J + m_e) v_e = m_e v_e' + m_J (v_e' - v_r)$$

$$v_e' = \frac{(m_J + m_e) v_e + m_J v_r}{m_J + m_e}$$

$$v_e' = \frac{60 \times 2,22 + 45 \times 4}{60} = 5,22 \text{ m/s}$$



$$\begin{aligned} m_p &= 75,0 \text{ kg} \\ m_J &= 45,0 \text{ kg} \\ m_e &= 15,0 \text{ kg} \\ v_r &= 4,0 \text{ m/s} \end{aligned}$$



P2: 18h: 26/10/2011

[2]

$$v_0 = 40,0 \text{ m/s}; \theta_1 = 30^\circ$$

(a) Se a colisão for elástica, então há conservação da energia cinética:

$$K_f = K_i$$

$$\frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{m_B v_B^2}{2} = \frac{m_A v_0^2}{2}$$

Como $m_A = m_B$, então $v_A^2 + v_B^2 = v_0^2$.

Significa que os vetores \vec{v}_A e \vec{v}_B fazem, entre si, um ângulo $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$.

Dessa forma $\theta_2 = 90 - \theta_1 = 90 - 30 = \underline{60^\circ}$.

(b) O momento linear se conserva.

$$m_A v_A \cos \theta_1 + m_B v_B \cos \theta_2 = m_A v_0$$

$$m_A v_A \sin \theta_1 - m_B v_B \sin \theta_2 = 0$$

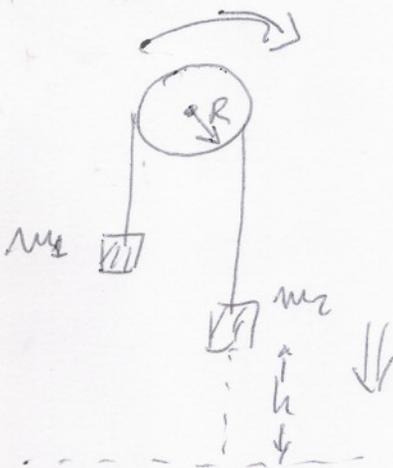
$$v_A \cos \theta_1 + v_B \cos \theta_2 = v_0 \quad v_B = \frac{v_A \sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$
$$v_A (\cos \theta_1 + \frac{\sin \theta_1 \cos \theta_2}{\sin \theta_2}) = v_0$$

$$v_A = \frac{v_0 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = 40 \times 0,867 \Rightarrow \boxed{v_A = 34,64 \text{ m/s}}$$

$$v_B = \frac{v_0 \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = 40 \times 0,5 \Rightarrow \boxed{v_B = 20,0 \text{ m/s}}$$

3

$m_1 = 400g$
 $m_2 = 500g$
 $R = 5,00cm$
 $h = 75,0cm$
 $v_f = 30,0cm/s$



(a) $E_f = E_i$
 $\Delta K + \Delta K_t + \Delta K_r = 0$

$\Delta U = m_1gh - m_2gh$

$\Delta K_t = \frac{m_1 v_f^2}{2} + \frac{m_2 v_f^2}{2}$

$\Delta K_r = \frac{I \omega^2}{2} = \frac{I v_f^2}{2R^2}$

$(m_1 - m_2)gh + \frac{(m_1 + m_2) v_f^2}{2} + \frac{I v_f^2}{2R^2} = 0$

$I \left[\frac{2(m_2 - m_1)gh}{v_f^2} - (m_1 + m_2) \right] R^2$

$I = - \frac{2(m_2 - m_1)gh R^2}{v_f^2} - (m_1 + m_2) R^2$

$I = \frac{2 \times 100 \times 10^{-2} \times 10 \times 75 \times 10^{-2} \times (50 \times 10^{-2})^2}{(30,0 \times 10^{-2})^2} - 900 \times 10^{-2} \times (5 \times 10^{-2})^2$

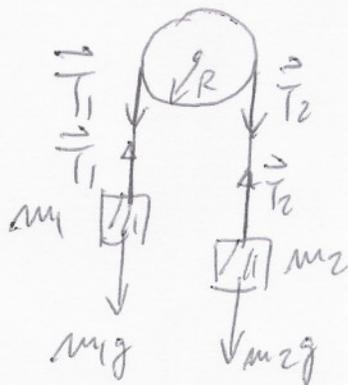
$I = 0,039 \text{ kg m}^2 = 3,90 \times 10^{-2} \text{ kg m}^2$

(b) $v_f^2 = 2ah \rightarrow a = \frac{v_f^2}{2h} = \frac{(30 \times 10^{-2})^2}{2 \times 75 \times 10^{-2}} = \frac{900 \times 10^{-2}}{150}$

$a = 0,06 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R} = \frac{0,06}{5 \times 10^{-2}} \Rightarrow \alpha = 1,20 \text{ rad/s}^2$

Sentido : perpendicular a ~~plano~~ e para dentro do plano.

(c)



3 cont.

$$\begin{cases} T_1 - m_1 g = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \end{cases}$$

$$T_1 = m_1 (a + g) = 400 \times 10^3 \times 10,06 = \underline{4,024 \text{ N}} \approx \underline{4,02 \text{ N}}$$

$$T_2 = m_2 (g - a) = 500 \times 10^3 \times (10 - 0,06) = \underline{4,97 \text{ N}}$$

Torques: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$\tau = R (T_2 - T_1) = 5 \times 10^2 (4,97 - 4,024)$$

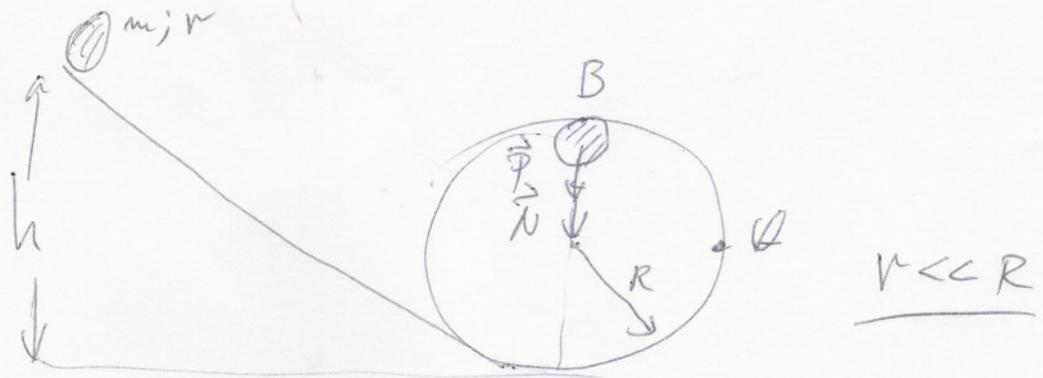
$$\boxed{\tau = 0,047 \text{ Nm}} \Rightarrow \boxed{\vec{\tau} = -0,047 \hat{k} \text{ (Nm)}}$$

$$\vec{C} = I \vec{\alpha} = -I \alpha \hat{k}$$

$$\vec{C} = -0,039 \times 1,2 \hat{k} = \underline{-0,047 \hat{k} \text{ (Nm)}} = \underline{-4,70 \times 10^{-2} \hat{k} \text{ (Nm)}}$$

P2: 18h: 26/10/2011

4



$$(a) \quad \left\{ \begin{array}{l} mg(2R-r) + \frac{m v_B^2}{2} + \frac{I \omega_B^2}{2} = mgh \quad \dots (1) \\ P + N = m \frac{v_B^2}{R-r} \quad \dots (2) \end{array} \right.$$

$$N = \frac{m v_B^2}{R-r} - mg \approx \frac{m v_B^2}{R} - mg; \quad v \ll R$$

$N \rightarrow 0$ a bolinha passa pelo topo sem cair

$$\underline{v_B^2 = Rg}; \quad \text{esfera: } I = \frac{2mr^2}{5}$$

$$mgh = mg 2R - mgr + \frac{m Rg}{2} + \frac{2mr^2}{5} \frac{v_B^2}{r^2}; \quad v \ll R$$

$$mgh = 2mgR - \frac{mgR}{2} + \frac{mgR}{5} = \frac{(20+5+2)mgR}{10}$$

$$\boxed{h = 2,7R}$$

altura mínima para, ainda, passar pelo topo.

(b) Sem ω e $h = 6R$

$$F = \frac{m v_k^2}{R-r} \approx \frac{m v_k^2}{R}; \quad R \gg r$$

$$mg 6R = mgR + \frac{m v_k^2}{2} + \frac{2mr^2}{5} \frac{v_k^2}{r^2}$$

$$5Rg = \frac{7}{10} v_k^2 \rightarrow \boxed{v_k^2 = \frac{50Rg}{7}}$$

$$\therefore \boxed{F = \frac{50mg}{7}}$$

